

教科目名 数理論理学 (Mathematical Logic)

専攻名・学年 : 電気電子情報工学専攻 1 年 (教育プログラム 第 3 学年 ○科目)

単位数など : 選択 2 単位 (後期 1 コマ, 授業時間 23.25 時間)

担当教員 : 徳尾健司

| 授業の概要 | | | |
|--|---|--|----------|
| 論理とは、状況によらず成立する正しい考え方・普遍的推論方法のことである。本講義は、述語論理の完全性定理 (Gödel) を厳密に証明することを目標とする。完全性定理は、論理というものを完全にかつ具体的に記述できることを主張している。 | | | |
| 達成目標と評価方法 | | 大分高専目標 (E1), JABEE 目標 (d1) | |
| (1) 本講義で用いる数学概念について理解できる。(定期試験と小テスト) | | | |
| (2) 命題論理について理解できる。(定期試験と小テスト) | | | |
| (3) 述語論理について理解できる。(定期試験と小テスト) | | | |
| (4) 完全性定理の証明とその意味について理解できる。(定期試験と小テスト) | | | |
| 回 | 授 業 項 目 | 内 容 | 理解度の自己点検 |
| 1 | 準備 (1) (集合/集合の Boole 結合/同値関係/順序) | ○数学用語・概念の準備をする。 | 【理解の度合い】 |
| 2 | 準備 (2) (関数/濃度/Zorn の補題) | | |
| 3 | 命題論理 (1) (命題論理の論理式/真理値表と真理値割り当て/トートロジー) | ○命題論理について、基本的な事項から始めて、トートロジーと充足性の概念を定義する。充足性に関して、コンパクト性定理を証明する。 | |
| 4 | 命題論理 (2) (充足性/命題論理におけるコンパクト性) | | |
| 5 | 復習と応用演習 (1) | | |
| 6 | 述語論理 (1) (言語, 変数, 論理記号/項/論理式/論理の公理) | ○述語論理について、言語, 項, 論理式などの概念について正確に述べた後で、論理の公理と推論規則からなる論理の形式的体系を導入する。完全性定理を証明するために必要な二つの重要な補題を証明することが中心になる。 | |
| 7 | 述語論理 (2) (推論規則/形式的証明の具体例) | | |
| 8 | 述語論理 (3) (仮定のある証明/重要な補題) | | |
| 9 | 構造 (構造の定義/項の解釈/論理式の解釈/モデル) | ○論理式に意味を与える構造の概念を定義する。 | |
| 10 | 復習と応用演習 (2) | | |
| 11 | 完全性定理 (1) (形式的体系の復習/完全性定理の証明の準備/完全性定理の証明) | ○完全性定理 (“論理式の集合が矛盾していなければ、それらを成立させる構造がある”) を正確に述べて、その証明を与える。 | |
| 12 | 完全性定理 (2) (完全性定理の考察) | | |
| 13 | 完全性定理の応用-超準解析 (1) (\mathbb{R} の拡大/連続関数) | ○完全性定理の応用として、超準解析について述べる。無限小の概念を数学的に厳密に定義して、微積分の初歩をこの立場で議論する。 | |
| 14 | 完全性定理の応用-超準解析 (2) (コンパクト集合/微分可能性/積分/重積分) | | |
| 15 | 後期末試験 | | |
| | 後期末試験の解答と解説 | | |
| 履修上の注意 | 原則として毎回、授業内容の理解を問う小テストを実施するので、授業を良く聞いて理解に努めること。 | | 【総合達成度】 |
| 教科書 | 坪井明人, 数理論理学の基礎・基本, 牧野書店. | | |
| 参考図書 | Chang & Keisler, Model Theory, Third Ed., Dover Publications. | | |
| 自学上の注意 | 教科書を用いて各自予習・演習を行うことが望ましい。 | | |
| 関連科目 | 論理数学, 情報数学, 形式言語理論, 計算理論, 知識工学 | | |
| 総合評価 | 達成目標の (1)~(4) について、定期試験と授業時の小テストで評価する。総合評価 60 点以上を合格とする。 総合評価 = (定期試験) \times 0.7 + (小テストの平均) \times 0.3 再試験は総合評価が 60 点未満の者に対して実施する場合がある。受験資格者については試験解説時にアナウンスする。 | | 【総合評価】 点 |