

振動解析に関する取組みの一例

山本 通¹・佐藤 寿哉¹・桐井 彩斗¹

¹機械工学科

振動に関する知識やスキルを有することが、技術者として望ましいことは言うまでもない。筆者らは工作機械の精度に関わる研究や切削による潜像加工に関する研究を行ってきたが、振動解析に関しては、ほとんど扱った経験がなかった。しかし、この度、工作機械技術振興財団のプロジェクトの一環で、FFTアナライザなどを購入することができ、筆者らも振動解析に関して、勉強をさせていただける機会をいただいた。本稿では、筆者が研究室所属の学生とともに、一から振動解析に関して、取り組んだ実践的な内容などについて紹介する。本稿で紹介する内容が、これから振動解析を学ぼうとしている学生や振動解析初心者にとって、何らかの助けになれば幸いである。

キーワード： FFT, 加速度センサ, マイクロフォン, 変位センサ, FEM

1. 緒言

機械力学は、機械を設計する際には欠かせない分野の一つで、機械工学の「4大力学」の一つと言われ、機械の運転に伴う振動現象を解析し、振動を軽減あるいは抑制する対策を考える学問である¹⁾。昨今、各種の機械が、高速で精密になるにしたがって、機械の振動問題に関して分析し対策を行うことが、ますます重要になってきており、機械力学などの学問、各種センサ、FFT²⁾やFEM³⁾に関する理解、それらを使って振動現象を把握する技能を向上させることが必要である。

一方、筆者らは、これまで5軸マシニングセンタの精度を向上させるための研究⁴⁾や、切削による潜像加工の実現⁵⁾などに取り組んできたが、振動解析に関して扱った経験は、ほとんどなかった。しかし、工作機械技術振興財団の研究プロジェクトに共同研究者として参画させていただき、重切削やびびり振動を取り扱うこととなったため、研究室所属の学生とともに、基礎的な内容から振動解析について勉強を始めた。また、FFTアナライザ、加速度センサ、マイクロフォンや変位計などを使って実験を行い、より実践的な技能も身につけると同時に、それを本校の学生教育に還元できないか検討した。その結果、鉄琴をイメージしたシンプルな形状を各種材料で製作し、その固有振動数を各種センサで測定した結果を比較したり、手計算やFEMを使って固有振動数を算出した場合と比較したり、考察することが、振動解析のスキルを向上させるうえで有効ではないかと考えた。本稿では、それらの具体的な取組み内容や解析結果などについて紹介する。

2. 音叉の振動解析

楽器のチューニングに使われる音叉は、理科の授業の中では、振動数の等しい2つの音叉を用いて共鳴を確認するために使用されたりもする⁶⁾。本章では、音叉、加速度センサやFFTなどを使用して、振動解析の基礎を理解するために、以下の取組みを行った。

(1) 実験機器と測定方法

音叉をマレットで叩き、その固有振動数を加速度センサ、マイクロフォンと変位センサを使用して測定する。FFTアナライザはOROS社製OR34を、加速度センサはPCB社製356B18を、マイクロフォンはPCB社製356B18を、変位センサはキーエンス製EX-305Vを使用した。ここで、加速度センサでの測定では、ワックスやマグネットベースなどを使って音叉に直接取り付けの必要があり、音叉の質量が変化する。物体の質量を m 、ばね定数を k 、固有振動数 f とすると、固有振動数が式(1)となる⁷⁾ことはよく知られており、加速度センサで音叉の固有振動数を測定すると、正確な固有振動数が測定できない可能性がある。

$$f = 1/(2\pi) \times \sqrt{k/m} \quad (1)$$

そこで、加速度センサの位置を図-1に示すように3通りに変化させ、固有振動数の変化を、用意した各センサで確認する実験を行う。この実験により、加速度センサ取り付けの影響や、各センサによる測定結果を比較する。なお、音叉のみをマレットで叩き、マイクロフォンで測定した音叉の固有振動数は435Hzであった。また、音叉と加速度センサの質量は、それぞれ193gと5gであった。

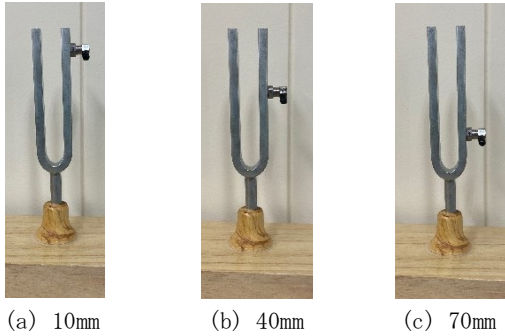


図-1 加速度センサの取付け位置

表-1 音叉の固有振動数測定結果

加速度センサ取付け位置	10mm (Hz)	40mm (Hz)	70mm (Hz)
マイクログフォンでの測定	422.5	430	435
加速度センサでの測定	420	430	435

表-2 FEM 解析から得られた音叉の固有振動数

加速度センサ取付け位置	10mm (Hz)	40mm (Hz)	70mm (Hz)
FEM 解析	424	437	446

(2) 音叉の固有振動数測定結果比較

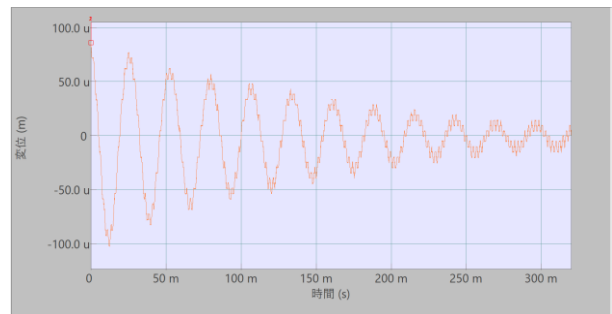
音叉の各位置に加速度センサを取り付けたときの固有振動数を、加速度センサとマイクログフォンで測定した結果を表-1に示す。表から読み取れるように、音叉の下部にセンサを取り付けた場合、加速度センサとマイクログフォンともに、加速度センサを取り付けなかった時の固有振動数と同じになっており、センサ取り付けの影響が固有振動数に影響していないことが分かる。一方、音叉上部は、取り付けしたセンサの影響で、本来の固有振動数より小さい値となっている。ここで、式(1)によると、質量が増えるにしたがって固有振動数は小さくなるため、理論と実験値が同じ傾向を示していることが読み取れる。なお、FFTアナライザは、周波数レンジ2kHz、ライン数1601ライン、周波数分解能は1.25Hzの設定で、全ての測定を行った。

(3) 音叉の固有値解析

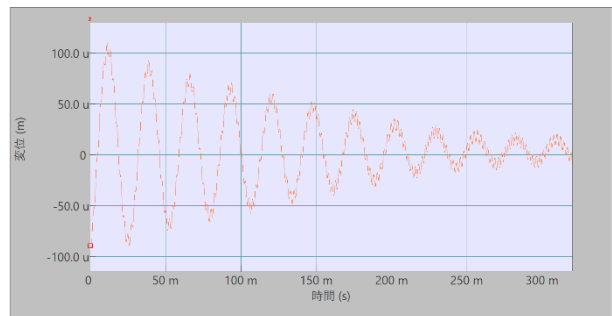
音叉の形状をスケッチし、加速度センサの取り付け位置を前述と同じ3種類の位置にして、SOLIDWORKSにより固有値解析を行った。その解析結果が表-2である。実験値と固有値解析の結果を比較すると、おおむね数値が一致している。しかし、それらを詳細に比較すると、最大で10Hz程度の相違が見られる。固有値解析時の設定値を変更することで、さらに実験値に近づけることができる余地もあるが、どのようにパラメータを設定すべきかについては今後の検討事項としたい。一方、固有値解析では、様々なモード形状があり、実際にどのモードで振動しているのか、固有値解析だけで、見極めるのは、難しいことも分かった。



図-2 音叉と変位センサ



(a) 音叉右側の変位



(b) 音叉左側の変位

図-3 音叉の左右の変位



図-4 モード形状(固有振動数 445.7Hz)

(4) 音叉のモード解析

図-2に示すように、音叉の上部に、両外側から変位センサを取り付け、音叉の振動モードを調べた。その結果、図-3に示すような振動波形となり、上下対称となっていることがわかった。つまり、変位センサを対称に取り付けてい

ることから、音又は同位相振動モードで振動していたことがわかる。一方、SOLIDWORKSで固有値解析を行った際の445.7Hzのモード形状は、図-4に示すように逆位相モードとなっている。今後、FEM解析のパラメータの詳細などを学習して、その理由を調査していきたい。

3. 金属板の振動解析

前章の実験で各種センサ、FFTやFEM解析のおよその使い方を習得したが、よりシンプルな形状のほうが、切削などで加工が行いやすく、材質の違いによる振動特性を知るのに最適ではないかと考えた。そこで、鉄琴のようにシンプルな形状を作成し、実験値と手計算で算出した固有振動数について比較したり、材質を変更し比較したりして考察を行う。

(1) 金属板の形状、材質と測定方法

炭素鋼：S50C、アルミ合金：A5052、真鍮：C2801、鋳鉄：FC250 を準備し、工作機械を使い、90×20×4mm(真鍮のみ90×20×3mm)の形状に加工する。その後、ゴムの上に金属板を置き、マレットで叩き、前章と同じ条件で固有振動数を測定する。ここで、金属板をゴム以外の素材(木材や金属)の上に設置し、マレットで叩いても、叩いた際の衝撃音が出るだけで、鉄琴のように一定時間振動が続くような状態にするのは、極めて難しい。実験実習などで、このような体験を学生にさせることも振動を実践的に学習するために有効であると思われる。

(2) 金属板の固有振動数

前章と同様に、マイクروفオンとFFTアナライザを使って、用意した金属板の固有振動数を測定した結果と、SOLIDWORKSのFEM解析を用いて求めた固有振動数を表

-3に示す。いずれの材質でも実験結果と解析結果は比較的近い値を示しており、筆者らのように、FEM解析に慣れていないケースでも比較的、実験値に近い値が得られることができることが確認できる。

(3) 手計算による金属板の固有振動数算出

金属板の振動を、梁の横振動ととらえ、物理で学習する「フックの法則」と材料力学で学習する「両端支持梁のたわみ式」を使い、以下のように、手計算で金属板の固有振動数 f_1 を算出する。

まず、力を P 、ばね定数を k 、変位を y 、とすると、フックの法則により式(2)が成り立つ。次に、支持位置となる2つのゴム中心間距離を b 、縦弾性係数を E 、断面2次モーメントを I 、とすると、両端支持梁中央のたわみは式(3)で表すことができる。ここで、式(2)と(3)から式(4)が導出でき、これを式(1)に代入すれば、式(5)のように固有振動数を算出することができる。

$$P = k \cdot y \tag{2}$$

$$y = Pb^3/48EI \tag{3}$$

$$k = 48EI/b^3 \tag{4}$$

$$f_1 = 1/(2\pi) \cdot \sqrt{48EI/mb^3} \tag{5}$$

これらの式を使い、Excelを使って計算したシートを表-4に、そのシートから得た計算結果を表-3の右列に示す。なお、各金属板の質量は、クッキングスケール(タニタ KJ-212)を使用して測定した。

表-3から読み取れるように、単純な金属板であれば、手計算でも容易に実験値に近い固有振動数が得られることが確認できる。このように、物理や材料力学で学んだ計算式を使って手計算で固有振動数を求め、それを実験結果と比較し考察することで、学生が実践的に振動に関する理解を深めることができるのではないかと考える。

表-3 金属板の固有振動数比較

材質	マイクروفオンによる測定結果 (Hz)	FEM 解析の結果 (Hz)	手計算による算出結果 (Hz)
A5052	2591	2541	2576
S50C	2594	2578	2606
FC250	2113	2103	2108
C2801	1333	1363	1338

表-4 Excel を使った金属板の固有振動数算出

材質	長さ (mm)	幅 (mm)	高さ (mm)	質量 (kg)	断面 2 次モーメント (mm ⁴)	縦弾性係数 (GPa)	支点間距離 (mm)	ばね定数 (N/m)	固有振動数 (Hz)
A5052	90	20	4	0.019	106.7	68	41.2	4978371	2576
S50C	90	20	4	0.056	106.7	205	41.2	15008323	2606
FC250	90	20	4	0.053	106.7	127	41.2	9297839	2108
C2801	90	20	3	0.045	45.0	103	41.2	3181261	1338

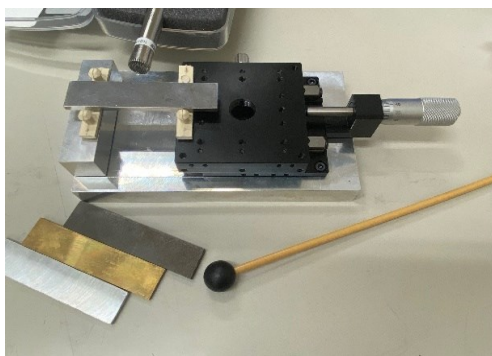


図-5 金属板の節点位置を変更するための実験装置

(4) 金属板の節点位置及び厚さ変更による振動比較

図-5に示すような実験装置を製作して、支点位置を変更しながら振動の変化を調べた。その結果、金属板の長さを l とすると、金属板の両端から互いに $0.2711l$ の位置が最も振動し、節点位置であることが分かった。また、これ以外の位置で支えると固有振動数にあまり変化がないものの、振動の減衰速度が速くなることが分かった。

一方、金属板の厚さと幅の変更では、長さだけを変えずに振動を調べると、固有振動数は大きくなることが分かった。見た目からして、前より大きく重たいものは小さい固有振動数を発しそうであったが、全く逆であり、質量 m が大きくなる反面、断面2次モーメント I も大きくなり、結果的に固有振動数も大きくなった。固有振動数を小さくするのであれば節点間距離を長くする必要があることが、理論式での計算でも実際でも確認でき、このようなことを学生に経験させることは有効であると考えられる。

4. 結言

本研究で得られた結果や今後の課題等を以下に示す。

1) 音叉は、手軽に入手でき、固有振動数の値が既知であるため、振動解析の初心者にとっては、最適な測定対象物の1つであると考えられる。本稿で示したように、加速度センサを取り付ける位置を変更させて固有振動数が変化することを直感的に確認したり、マイクロフォンでの測定結果

との比較が行いやすく、各種センサの取扱いやFFTに慣れていない者にとって、基礎から学習しやすい対象物であると考えられる。

2) 手計算で固有振動数を算出するには、音叉は形状が複雑で困難であったが、鉄琴の一部をイメージしたような金属板であれば、手計算で算出した値と実験結果が、比較的一致することが確認できた。このように、材料力学や機械力学で学習した項目を応用し自ら部材の固有振動数を算出し、実験結果と比較するような手法は、振動を学習する際において、非常に有効な手段ではないかと考える。

3) 解析したい形状をCADでモデリングすれば、FEM解析が比較的簡単に行え、筆者らのようにFEM解析に詳しくない者でも、ある程度実験値と近い値を得ることが出来ることが確認できた。しかし、実験結果とさらに近い結果を得るには、各段にハードルが上がるように思われる。現状では、学生実験などを通して、手軽にモード解析ができることを紹介する程度が現実的であるかもしれない。

参考文献

- 1) 小寺 忠, 矢野澄雄: 演習で学ぶ機械力学, 森北出版, pp.1-3, (1994)
- 2) 西原主計, 山藤和男, 松田康弘: 計測システム工学の基礎, 森北出版, pp.176-183, (2001)
- 3) 大富浩一: FEMを設計に活かすための課題と方策, 日本機械学会 M&M 材料力学カンファレンス CD-ROM 論文集, pp.1-2, (2007)
- 4) 山本 通, 堤正臣: 微細溝切削による5軸制御マシニングセンタの幾何誤差推定方法の開発, 精密工学会誌, 77, 8, pp.776-780, (2011)
- 5) 山本通, 安藤開: 切削による潜像加工への挑戦, 精密工学会誌, 84, 9, pp.796-800, (2018)
- 6) 小倉 明夫: 超実践マニュアル MRI, 医療科学社, p.5, (2006)
- 7) 下郷太郎, 田島清瀬: 振動学, コロナ社, p.21, (2006)
- 8) 本江哲行: 機械力学, 実教出版, pp.121-123, (2016)

(2021.9.30受付)