大分工業高等専門学校紀要　第 52 号　（平成 27 年 11 月）

電気回路における相反性と相反定理についての考察

佐藤秀則

電気電子工学科

相反性は，電磁気学，構造力学，熱力学の分野でそれぞれの言い回しで知られており，それぞれの学問の基礎を支える重要な概念である．本小論では，電気回路における相反定理について主だった多くの教科書を比較し，相反性の定義が明確でないものや，その適用範囲について混乱を引き起こしやすいもの，証明が十分であるとはいえないものがあることを示すとともに，相反性の定義と相反定理，素子の相反性とを分離して明確にし，利用しやすいように新たに記述した相反定理についてその証明を与える．

キーワード：相反定理，可逆定理，多ポート回路，テレヘンの定理

１．はじめに

電気回路の中にはいくつかの重要な定理があり，それらの中に電気回路の重要な概念，性質が内包されている．ところで電気回路と言っても，直流回路，交流回路，過渡回路，非線形回路など幅が広く，どの定理がどの範囲で利用できるのかについて明確に学習できる教科書は意外に少ない．例えばテレヘンの定理は非線形回路でも成り立つ．重ね合わせの原理は線形回路特有の定理であるが，テブナンの定理は外部回路が非線形であっても，置換する多ポート回路が線形であれば成り立つなどがある．

相反性は線形回路でもある限られた適用範囲での性質であるが，回路理論の基礎的な性質として重要である．ところがこの適用範囲について誤解があったり，証明が十分ではないテキストがある．

本小論では，まず相反性の定義，新たな表現の相反定理を紹介し，これらの意味を説明する．その上で電気回路における相反定理について主だった多くの教科書を検討し，相反性の定義が明確でないものや，その適用範囲について混乱を引き起こしやすいもの，証明が十分であるとはいえないものがあることを示す．さらに，掲げた新たな記述の相反定理についてその証明を与える．

２．電気回路の相反性と相反定理

まず本小論では，相反定理および相反性の定義を次のように定式化して議論を始めることとする．相反定理は最後の章で証明する．

> 相反定理：
> 相反回路を接続して構成される全体の多ポート回路は相反回路である．

> 相反性の定義：
> n個のポートをもつ多ポート回路 N に，ある外部回路 N_0 を接続したときの各ポートの電圧，電流をそれぞれ $(V_1, I_1), \cdots, (V_n, I_n)$ とし，別の外部回路 $\hat{\mathrm{N}}_0$ を接続したときの各ポートの電圧，電流を $(\hat{V}_1, \hat{I}_1), \cdots, (\hat{V}_n, \hat{I}_n)$ とする．この多ポート回路 N は次の条件を満たすとき相反性をもつといい，相反性をもつ多ポート回路を相反回路という．
> $$V_1\hat{I}_1 + V_2\hat{I}_2 + \cdots + V_n\hat{I}_n = \hat{V}_1 I_1 + \hat{V}_2 I_2 + \cdots + \hat{V}_n I_n$$

上記相反性の定義によれば，線形1ポート素子は，$V + ZI = 0$，$\hat{V} + Z\hat{I} = 0$ が成り立つから，相反性をもつことがわかるが，線形性がわかればわざわざ相反性を持ち出すまでのことはないともいえる．

相反性の性質が顕著に表れるのは 2 ポート以上の相反回路である．その例を図２(a)(b)に示す．中央の 2 ポート回路は線形抵抗だけから構成されており，相反定理から相反性をもつといえる．一方，　これらの回路では

$$V_1\hat{I}_1 + V_2\hat{I}_2 = 120\hat{I}_1 + 0 \times \hat{I}_2 = 120\hat{I}_1$$

$$\hat{V}_1 I_1 + \hat{V}_2 I_2 = 0 \times I_1 + 120 I_2 = 120 I_2$$

であるから，相反性により $\hat{I}_1 = I_2$ が成り立つことがわかる．相反性を利用すれば，図(a)の回路の I を求めるのに，より簡単な図(b)の回路の $\hat{I}$ に帰着させて次のように解くことができる．

$$I = I_2 = \hat{I}_1 = \hat{I} = \frac{120}{10 // 10 + 15} = 6[\mathrm{A}]$$

実際電流 I は6[A]であることが計算でき，相反性からの

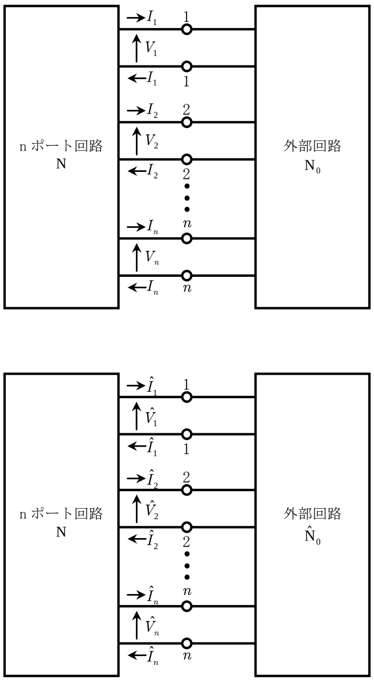


図１　相反性

結果が確認できる．

　これを一般化すると，図３(a)(b)の回路で中央の回路Nが相反性を満たすならば, 図(a)のように一方のポートに電圧を加えたときのもう一方のポートの短絡電流 I と，電源と短絡辺とを入れ替え, 逆に接続した図(b)の回路の短絡電流 $\hat{I}$ とが等しいことになる．

　ところで相反性は上記の例のように電圧源を電源とする場合だけではない. 双対な回路である図４の回路については以下のようになる. 図(a)のように一方のポートに電流を流したときのもう一方のポートの開放電圧 V と，電源と開放辺を入れ替えて, 逆に接続した図(b)の回路の開放電圧 $\hat{V}$ とは等しい．このことは相反性の定義の条件式から簡単に帰結できる．

　では具体的にどのような多ポート回路が相反性をもつのか. 上記に掲げた相反定理によれば回路を構成するそれぞれの素子が相反性をもてばよいといえる．

　先に述べたように線形の抵抗，インダクタ，キャパシタは線形１ポート素子であるから相反性をもつ．１ポートの電源は独立であれ, 従属であれ相反性をもたないことは外部に抵抗を接続して考えればすぐにわかる．

　多ポート回路は多くの場合インピーダンス行列をもち次のように表すことができる．

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = 0$$

外部回路が異なる二つの場合を考えて，行列を用いれば次

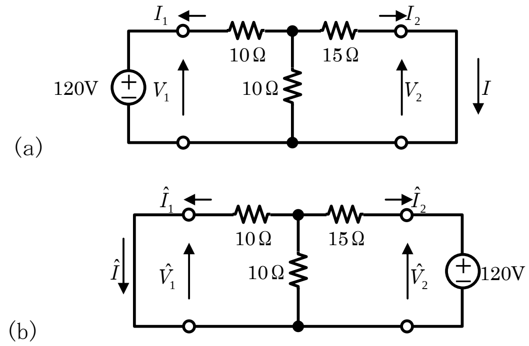


図２　具体的な回路例

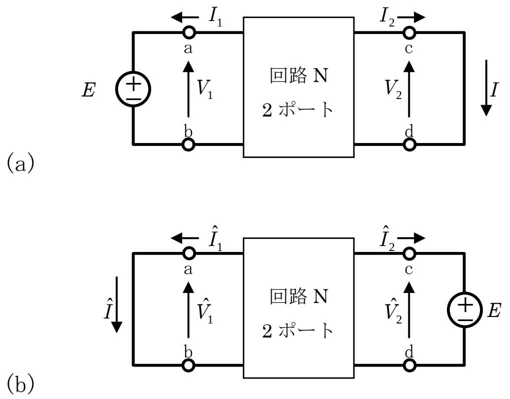


図３　電圧源を接続した場合

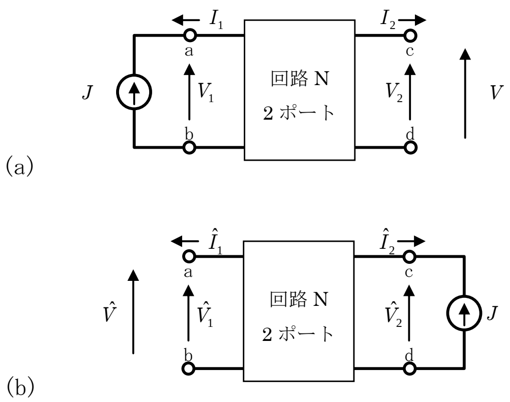


図４　電流源を接続した場合

のように表現できる．

$$\boldsymbol{V} + Z\boldsymbol{I} = 0 \qquad \hat{\boldsymbol{V}} + Z\hat{\boldsymbol{I}} = 0$$

これから,

$$\begin{aligned}
&(V_1\hat{I}_1 + V_2\hat{I}_2 + \cdots + V_n\hat{I}_n) - (\hat{V}_1 I_1 + \hat{V}_2 I_2 + \cdots + \hat{V}_n I_n) \\
&= \boldsymbol{V}^t\hat{\boldsymbol{I}} - \boldsymbol{I}^t\hat{\boldsymbol{V}} = (-Z\boldsymbol{I})^t\hat{\boldsymbol{I}} + \boldsymbol{I}^t Z\hat{\boldsymbol{I}} = -(\boldsymbol{I}^t Z^t)\hat{\boldsymbol{I}} + \boldsymbol{I}^t Z\hat{\boldsymbol{I}} \\
&= \boldsymbol{I}^t(Z - Z^t)\hat{\boldsymbol{I}}
\end{aligned}$$

したがってこの多ポート回路が相反性をもつための必要十分条件はインピーダンス行列が対称であることがわか

る．

nポートの結合インダクタ(変成器)は，インピーダンス行列において $Z_{ij}=j\omega L_{ij}$ であり，対角項の L_{ii} は自己インダクタンス，それ以外の L_{ij} は相互インダクタンスである．インダクタンスの表式である Neumann の公式

$$L_{ij}=\frac{\Phi_{ij}}{I_j}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{C_i}\int_{C_j}\frac{1}{r}d\boldsymbol{l}_j\bullet d\boldsymbol{l}_i$$

によれば，$L_{ij}=L_{ji}$ であることから，結合インダクタは相反性をもつことがわかる．

しかし理想変成器はインピーダンス行列そのものが存在せず，そのため構成要素から外されて証明されていることが多々ある．理想変成器は結合インダクタの特殊な場合の極限であるから，相反性をもつことが予想されるが，極限操作では思わぬ不連続性が生じることもあるので確認が必要である．

nポートの理想変成器の基本式は次のように表される．

$$V_1:V_2:\cdots:V_m=n_1:n_2:\cdots:n_m$$
$$n_1I_1+n_2I_2+\cdots+n_mI_m=0$$

ここで，n_i は各コイルの巻数である．第一式の比を k とすれば，

$$\begin{aligned}V_1\hat{I}_1+V_2\hat{I}_2+\cdots+V_n\hat{I}_n&=kn_1\hat{I}_1+kn_2\hat{I}_2+\cdots+kn_n\hat{I}_n\\&=k(n_1\hat{I}_1+n_2\hat{I}_2+\cdots+n_n\hat{I}_n)\\&=0\end{aligned}$$

となって，相反性をもつことがわかる．

一方，電圧と電流に関して次の関係をもつジャイレータは相反性をもたない．

$$\begin{cases}V_1-RI_2=0\\V_2+RI_1=0\end{cases}$$

しかし，ジャイレータを２つ縦続接続された２ポート回路は理想変成器と等価で相反性をもつことが簡単にわかる．

線形の抵抗，インダクタ，キャパシタ，結合インダクタ，理想変成器は相反性をもつことがわかった．上に掲げた相反定理からこれらによって構成される多ポート回路が相反性をもつことが帰結できる．この他にも結合インダクタに双対な結合キャパシタが相反性をもつが，利用されることが殆どないのでここでその相反性を説明することは省略する．

一方，非線形素子，従属電源，独立電源，ジャイレータは相反性をもたない．従って，独立電源やダイオード，トランジスタを含んだ回路は一般には相反性をもたないが，先に示したジャイレータの例にもあるように，非相反素子の結合により全体として相反性をもつこともありうる．

相反性は先に示した例題のような回路問題の解法に利用されるにとどまらない．回路の電力の非負値性や，回路設計法の指導原理になる回路合成を考える際に重要な概念である．

３．教科書の相反定理の記述

高等学校では電気回路は「電気基礎」の中で取り扱われるが，文部科学省の学習指導要領のなかには相反性を取り上げることになっていない．相反性が電気回路の合成理論など高度な内容において重要になってくる概念だけにこれは致し方ないと思われる．

ここでは参考論文にあげる 18 件の大学等で使用される電気回路の教科書及び演習書について，相反定理の説明の在否，定理の表現方法，どのような回路に当てはまるかの適用回路についての言及，証明方法，相反性の定義について検討することにする．

18 件の中でより初心者向けと思われる 4 件の著作については相反性もしくは相反定理についての記述がそもそもなかった．残る 14 件については演習書も含め何らかの説明があった．中には「可逆定理」という名称で紹介しているものもあるが殆どは相反定理と称している．

相反定理の表現は大きく 4 つに分類される．

(P1) 本小論と同様に多ポート回路のポート電圧・ポート電流に対して次式が成り立つとする表現

$$V_1\hat{I}_1+V_2\hat{I}_2+\cdots+V_n\hat{I}_n=\hat{V}_1I_1+\hat{V}_2I_2+\cdots+\hat{V}_nI_n$$

(P2) 回路の閉路電流 I_i と閉路起電力 E_i について次式が成り立つとする表現

$$E_1\hat{I}_1+E_2\hat{I}_2+\cdots+E_n\hat{I}_n=\hat{E}_1I_1+\hat{E}_2I_2+\cdots+\hat{E}_nI_n$$

(P3) 図３の 2 ポート回路を想定し，一方のポートに電圧源 E を接続したときのもう一方のポートの短絡電流が，電圧源と短絡辺を入れ替えても同じになるとする表現

(P4) (P3)の双対で，図４の 2 ポート回路を想定し，一方のポートに電流源 J を接続したときのもう一方のポートの開放電圧が，電流源と開放辺を入れ替えても同じになるとする表現

多いのが(P3)の表現で 6 件あった．その双対の(P4)は 1 件．また双対であることを簡単に説明し，両方の表現があったのが 1 件，(P3)(P4)にさらにもう一つの同類の表現を加えたものが 1 件あった．次いで多かったのが(P2)の表現で 4 件あった．文献 1)は文献 2)の大幅改定版であるが，後者では(P2)であったものが，改訂版では(P1)で表現されている．

次に適用範囲であるが，構成要素を RLC とするもの 1 件，これに変成器を加えるもの 3 件，さらに理想変成器を加えたもの２件である．驚いたことに線形回路だという断りしかないものが 8 件あった．前にも書いたようにジャイレータは線形素子であるが相反性は持たないからこれは明らかに誤りである．

次に証明について検討する．6 件は閉路方程式の係数行列が対称であること，1 件は多ポート回路のアドミタンス行列が対称であることをよりどころにしている．2 件はテレヘンの定理を元にしている．1 件は線形回路であるから

としているが，これはもちろん誤りである．演習書では証明がないのは当然かと思われるが，標準的な教科書と思われるものの中にも証明をしていないものが２冊あった．

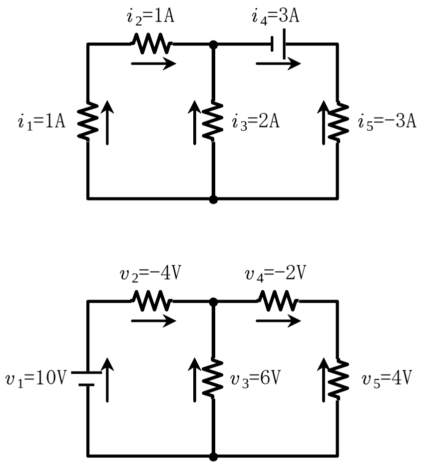
閉路方程式の係数行列や多ポート回路のアドミタンス行列を利用する証明では，それらの対称性を前提にしているが，理想変成器も含めてなぜ対称であるかについてのきちんとした説明がないものが殆どであり，不親切に思われる．

どの書も定理の中に相反性を組みこんで述べられているため，相反性が何なのかが不明確であり，その定義が示されているものは皆無であった．

以上多くの教科書と演習書の中での相反定理の取り扱いについて検討してきたが，これほどの違いがある定理は他にはないのではないかと思われる．これらの相違点に加え，明らかな間違いも含まれており，読者を混乱させているのではないかと危惧する．

これらの検討を踏まえ，改善すべきことをまとめると次のようになる．(1)相反性の定義をはっきりすべきで，そのためには多ポート回路を前提とする．(2)多ポート回路が相反性をもつためにはその構成素子がどんなものであればよいのかを示すべき．(3)理想変成器も含め証明をわかりやすくする．

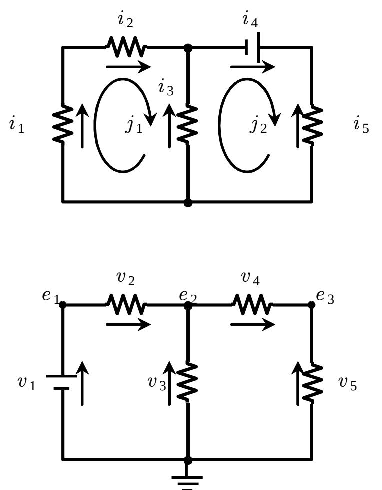
本小論ではこれらの改善点を考慮して，まず相反定理とは独立して相反性の定義を述べ，この中で相反性をもつ主体は多ポート回路であることをはっきりさせた．改善点(2)については構成素子に限定するのではなく，構成ブロックとしての多ポート回路が相反性をもてばよいとして再帰的な表現をとった．非相反のジャイレータの例でみたように相反回路の構成素子が相反である必要はないのである．このことも考慮して，本小論の冒頭に新たな表現の相反定理を紹介した．この定理の表現により，定理の中で構成要素を明らかにせずとも，理想変成器そのものが相反性を満たせばこれが含まれてよいことがわかりやすくなったと考える．



(a)

(b)

図４　テレヘンの定理の例題



(a)

(b)

図５　閉路電流と節点電位

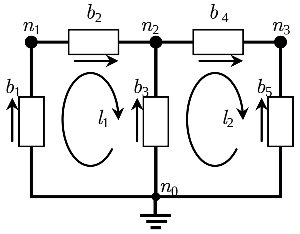


図６　回路の節点と閉路

４．テレヘンの定理とその証明

相反定理の証明において利用される定理として，次のテレヘンの定理がある．

> テレヘン(Tellegen)の定理
> 枝の数が b 個の同じ接続関係にある二つの回路があり，一方の回路の枝電流 $i_k(k=1,2,\cdot\cdot\cdot,b)$が KCL を満たし，もう一方の回路の枝電圧 $v_k(k=1,2,\cdot\cdot\cdot,b)$が KVL を満たすとき，
> $$\sum_{j=1}^{b} v_j i_j = 0$$

具体例を図４に示す．二つの回路は接続関係が同じであれば素子は異なってもよい．図(a)は KCL を満たし，図(b)は KVL を満足している．枝電流，枝電圧の向きは同じ向きにしている．次式に示すようにテレヘンの定理が成り立っていることがわかる．

$$\sum_{j=1}^{5} v_j i_j = 10\times1+(-4)\times1+6\times2+(-2)\times3+4\times(-3)=0$$

テレヘンの定理がどうして成り立つかを図５(a)(b)を用いて簡単に説明する．図(a)では KCL から，図(b)では KVL からそれぞれ次の節点方程式，閉路方程式が得られる．

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\\ i_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix} \quad ①,$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}v_1\\ v_2\\ v_3\\ v_4\\ v_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix} \quad ②$$

一方，図５(a)(b)のように閉路電流 j_1，j_2，の節点電位 e_1～e_3 を定めると，枝電流，枝電圧は次のように表される．

$$\begin{pmatrix}i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\\ i_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\\ -1 & 1\\ 0 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}j_1\\ j_2\end{pmatrix} \quad ③, \qquad \begin{pmatrix}v_1\\ v_2\\ v_3\\ v_4\\ v_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e_1\\ e_2\\ e_3\end{pmatrix} \quad ④$$

式①と式④，式②と式③とを対比すると，それぞれの式の中に現れる係数行列が互いに転置になっていることがわかる．このことを図４，５の各部の名称を定義した図６を用いて説明する．各素子が配置する枝を図のように b_1～b_5，各素子の接続される節点を n_0～n_3，独立した二つの閉路を l_1，l_2 とする．

式①の左辺の係数行列の $(k,\ m)$ 要素は節点 n_k と枝 b_m との接続関係を表しており，枝 b_m が節点 n_k に向かっていれば＋１，逆を向いていればｰ１，接続していなければ０となっている．一方，式④の左辺の係数行列の $(k,\ m)$ 要素は節点 n_m と枝 b_k との接続関係を表しており，枝 b_k が節点 n_m に向かっていれば＋１，逆を向いていればｰ１，接続していなければ０となっている．つまりこれらの係数行列が転置関係にあることがわかる．

式②の左辺の係数行列の $(k,\ m)$ 要素は閉路 l_k と枝 b_m との接続関係を表しており，枝 b_m が閉路 l_k に含まれており同じ向きをもつならば＋１，逆を向いていればｰ１，含まれていなければ０となっている．一方式③の左辺の係数行列の (k, m) 要素は閉路 l_m と枝 b_k との接続関係を表しており，枝 b_k が閉路 l_m に含まれており同じ向きをもつならば＋１，逆を向いていればｰ１，含まれていなければ０となっている．つまりこれらの係数行列も転置関係にあることがわかる．

一般に電気回路では，行列やベクトル記号を用いると次のように表現できる．

$$A\boldsymbol{i}=\boldsymbol{0} \quad ①', \qquad B\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0} \quad ②',$$

$$\boldsymbol{i}=B^t\boldsymbol{j} \quad ③', \qquad \boldsymbol{v}=A^t\boldsymbol{e} \quad ④'$$

理論的には枝電流に関する条件を表す式①’から閉路電流の存在が証明でき，枝電圧に関する条件を表す式②’から節点電位の存在が証明できるが，ここでは詳述を控える．

これらの式から，次のようにテレヘンの定理の結論が得られる．

$$\sum_{j=1}^{b} v_j i_j=\boldsymbol{v}^t\boldsymbol{i}=(A^t\boldsymbol{e})^t\boldsymbol{i}=(\boldsymbol{e}^tA)\boldsymbol{i}=\boldsymbol{e}^t(A\boldsymbol{i})=\boldsymbol{e}^t\boldsymbol{0}=0$$

$$\sum_{j=1}^{b} v_j i_j=\boldsymbol{i}^t\boldsymbol{v}=(B^t\boldsymbol{j})^t\boldsymbol{v}=(\boldsymbol{j}^tB)\boldsymbol{v}=\boldsymbol{j}^t(B\boldsymbol{v})=\boldsymbol{j}^t\boldsymbol{0}=0$$

以上テレヘンの定理を証明したが，証明に用いられたのは KCL と KVL のみであり，それぞれの素子特性は全く考慮しなくてよい．したがって直流回路，交流回路，任意に時間的に変化する回路でも成り立ち，素子の線形性をも必要としない．また，結合インダクタや結合キャパシタ，理想変成器などの多ポート素子を含んでいても，ポート毎に考えれば成り立つことを注意しておく．接続関係の同じ二つの回路を考えたが，同一の回路でも構わず，その場合は電力保存則を意味する．

５．相反定理の証明

相反性を証明したい対象となる m 個の相反回路からなる n ポート回路を N とする．これから，図７(a)(b)のように m 個の相反回路 N_1，…，N_m を引き出し，残りの接続だけの回路を N_0 とする．相反性を証明するための二つの外部回路をそれぞれ N_E，$\hat{N}_E$ とし，それぞれのポートでの電圧，電流の記号を図のように定める．

まず，相反回路 N_1，…，N_m において，

$$N_1: V_{1,1}\hat{I}_{1,1}+\cdots+V_{1,p_1}\hat{I}_{1,p_1}=\hat{V}_{1,1}I_{1,1}+\cdots+\hat{V}_{1,p_1}I_{1,p_1}$$

$$\vdots$$

$$N_m: V_{m,1}\hat{I}_{m,1}+\cdots+V_{m,p_m}\hat{I}_{m,p_m}=\hat{V}_{m,1}I_{m,1}+\cdots+\hat{V}_{m,p_m}I_{m,p_m}$$

一方，図８(a)(b)に示すように単純に接続だけの回路 N_0 には，各ポートの電流，電圧を変えることなく外部に１ポートの負荷もしくは電源を配置することが可能である．この二つの回路にテレヘンの定理を適用すると，

$$\left(V_1\hat{I}_1+\cdots+V_n\hat{I}_n\right)+\left(V_{1,1}\hat{I}_{1,1}+\cdots+V_{1,p_1}\hat{I}_{1,p_1}\right)+\cdots+\left(V_{m,1}\hat{I}_{m,1}+\cdots+V_{m,p_m}\hat{I}_{m,p_m}\right)=0$$

$$\left(\hat{V}_1I_1+\cdots+\hat{V}_nI_n\right)+\left(\hat{V}_{1,1}I_{1,1}+\cdots+\hat{V}_{1,p_1}I_{1,p_1}\right)+\cdots+\left(\hat{V}_{m,1}I_{m,1}+\cdots+\hat{V}_{m,p_m}I_{m,p_m}\right)=0$$

これらの式から，次の結論が得られる．

$$V_1\hat{I}_1+\cdots+V_n\hat{I}_n=\hat{V}_1I_1+\cdots+\hat{V}_nI_n$$

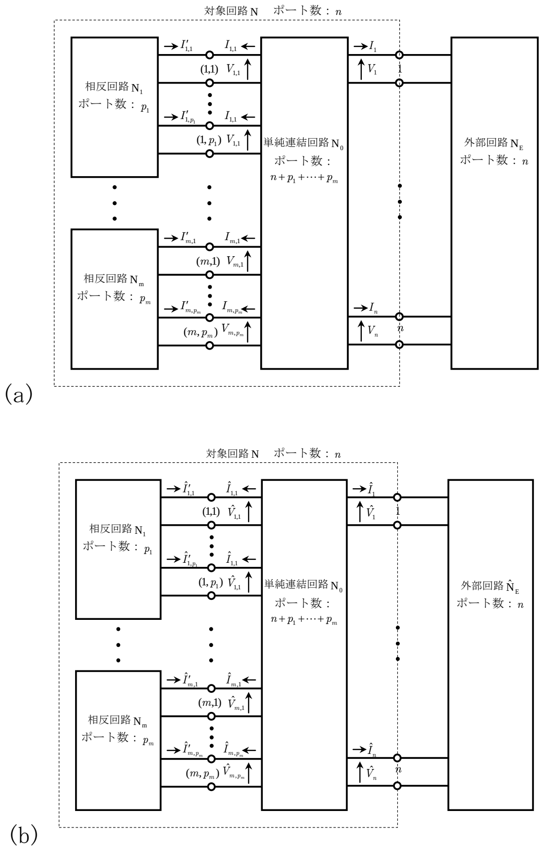


図 7　証明に用いる回路(1)

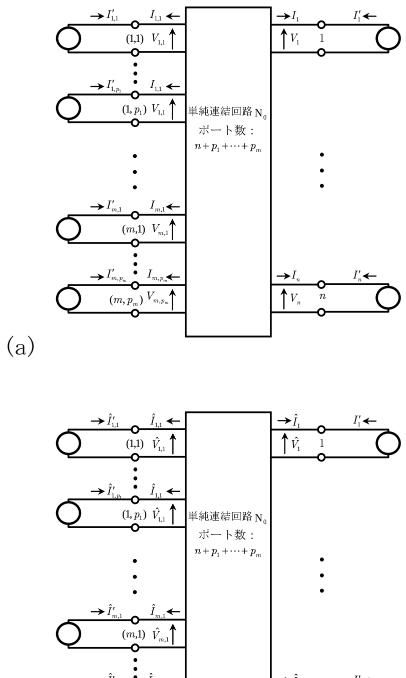


図 8　証明に用いる回路(2)

６．おわりに

相反性は電気回路の中でも基礎をなす重要な概念であり，多くの電気回路のテキストで相反定理が紹介されているが，理想変成器についての証明が十分でなく適用範囲について混乱しやすい点を指摘した．さらに相反性と相反定理とを分離した新たな表現の相反定理を掲げ，その証明を添えた．以上の提案により，次の特徴をもたせることができた．①相反性を多ポート回路の性質として双対な関係も含んだ形で包括的に定式化された，②相反定理が再帰的に述べられており，構成要素についての説明が容易になった．また，証明では閉路方程式の係数行列やインピーダンス行列の対称性を利用することなく，テレヘンの定理および素子の双方向性ともいうべき性質がその根幹にあることを改めて示すことができた．

参考文献

1) 平山博，大附辰夫：電気学会大学講座電気回路論，社団法人電気学会，2008.

2) 平山博：電気学会大学講座電気回路論，社団法人電気学会，1970.

3) 川上正光：電子通信学会編基礎電気回路Ⅰ，コロナ社，1960.

4) 大野克郎，西哲生：大学課程電気回路(1)，オーム社，1999.

5) C.A.Desoer，E.S.Kuh：Basic Circuit Theory，McGraw-Hill，1969.

6) 石川順也：回路理論，コロナ社，1977.

7) 小郷寛：交流理論，電気学会，1986.

8) 田中幸吉ら：朝倉電気工学講座電気回路Ⅰ，朝倉出版，1966.

9) 鍛冶幸悦ら：新編電気工学講座電気回路(Ⅰ)，コロナ社，1965.

10) 南谷晴之ら：詳しく学ぶ電気回路-基礎と演習-，コロナ社，2005.

11) 堀浩雄：例題で学ぶ優しい電気回路交流編，森北出版，2004.

12) 高田進ら：専門基礎ライブラリー電気回路，実教出版，2008.

13) 大下眞二郎：詳解電気回路演習(上)，共立出版，1979.

14) 山口勝也ら：詳解電気回路演習(1)直流回路と交流理論，コロナ社，1969.

15) 西巻正郎ら：電気回路の基礎(第２版)，森北出版，2004.

16) 安居院猛ら：エッセンシャル電気回路，森北出版，2004.

17) 吉野純一ら：電気回路の基礎と演習，コロナ社，2005.

18) C.K.Alexander：Fundamentals of Electric Circuits，McGraw-Hill，2000.

(2015.9.30 受付)