結合特異値分解によるDEMの補間

平岡　透[1]・野中　尋史[1]・久保田　健太[2]・佐藤　龍治[2]

[1]情報工学科，[2]制御情報工学科

結合特異値分解を用いてDEM（Digital Elevation Model）の未知点を補間する方法を提案する．

結合特異値分解は，多重画像での画像内と画像間の両方の冗長性を圧縮する方法である．本稿でこの多重画像の圧縮をDEMに応用するに当たり， DEMをブロック分割して，各ブロックを多重画像の各画像に対応づける．このとき，ブロック内の冗長性はブロック内の相関に基づいた特異値分解によって圧縮され，地形の主要な特徴を表現することになる．一方，ブロック間の冗長性はブロック間の相関に基づいて圧縮され，類似したブロックが多いほど地形の特徴を表現しやすくなる．一般的に，冗長性の圧縮と再現性はトレードオフの関係にある．提案法は，結合特異値分解を用いてDEMの冗長性を圧縮し，その後復元したDEMの未知点の標高を求める．提案法によって再現される未知点の標高は，主要な地形の特徴によって補間されることになる．

提案法の有効性を評価するために，国土地理院発行の「数値地図5mメッシュ（標高）」を用いた実験を行った．このとき，DEM の未知点を8近傍平均で補間する方法，距離重み付き平均で補間する方法，特異値分解を用いて補間する方法による実験も行い，提案法の実験結果と比較した．

キーワード：結合特異値分解，DEM，補間

１．はじめに

三次元の地形データを表現する場合，正規メッシュのDEM（Digital Elevation Model）や不規則な三角網の TIN（Triangulated Irregular Network）が良く利用されている（村井ら，2008）．近年では，メッシュ間隔が数 m という高密度な DEM も登場し，微地形を考慮した内水氾濫危険区域抽出（平岡ら，2011）や河川氾濫解析（舘澤ら，2010）などの多くの分野で利用されている．高密度な DEM は，現在航空機に搭載されたレーザスキャナによって取得された点群データを用いて作成されることが多いが，航空機の撮影位置によってビルや樹木などの影になって密に点群データを取得できない場所もあるため，DEM の標高を点群データから精度良く内挿できていない可能性もある．このため，点群データが密な場所で内挿された DEM の点（以下，既知点）から，点群データが疎な場所で内挿された DEM の点（以下，未知点）の標高を補間することも行われている．DEM の補間の方法には，8 近傍平均で補間する方法，距離重み付き平均で補間する方法（張, 2009），スプライン曲線を用いる方法（村井ら, 2008）などがある．

本稿では，結合特異値分解（Pesquet-Popescu et al., 2001）を用いてDEMの未知点を補間する方法を提案する．結合特異値分解は，多重画像での画像内と画像間の両方の冗長性を圧縮する方法である．本稿でこの多重画像の圧縮をDEMに応用するに当たり， DEMをブロック分割して，各ブロックを多重画像の各画像に対応づける．このとき，ブロック内の冗長性はブロック内の相関に基づいた特異値分解によって圧縮され，地形の主要な特徴を表現することになる．一方，ブロック間の冗長性はブロック間の相関に基づいて圧縮され，類似したブロックが多いほど地形の特徴を表現しやすくなる．一般的に，冗長性の圧縮と再現性はトレードオフの関係にある．提案法は，結合特異値分解を用いてDEMの冗長性を圧縮し，その後復元したDEMの未知点の標高を求める．提案法によって再現される未知点の標高は，主要な地形の特徴によって補間されることになる．

提案法の有効性を評価するために，国土地理院発行の「数値地図5mメッシュ（標高）」を用いた実験を行う．本研究では，提案するDEMの補間法の能力を検証することを主眼に置き，レーザスキャナで取得された点群データが疎な場所のDEMの未知点ではなく，DEMから任意の点を間引くことで未知点を作成し，間引く前のDEMと比較することで，提案法の補間の精度を検証する．また，DEM の

未知点を8近傍平均で補間する方法，距離重み付き平均で補間する方法，特異値分解を用いて補間する方法による実験も行い，提案法の実験結果と比較する．

２．提案法

提案法は，まず2.1節で示すような最近隣補間法でDEMの未知点を補間する．なお，本稿ではDEMの未知点の補間に最近隣補間法を用いたが，他の補間法を用いても良い．その後，2.2節で示す結合特異値分解を用いた方法で補間した未知点の標高の精度を向上させる．

(1) 最近近隣補間法

図-1に示すように，$I \times J$ 個の点からなるDEMの標高を $h_{i,j}\,(i=1,2,\cdots,I;\ j=1,2,\cdots,J)$ とする．ただし，DEM には K 個の未知点があるとする．

未知点の標高を既知点との平面距離が最も近い点の標高で補間する．平面距離が同じ場合，DEMの左上（北西）隅から右（東）へスキャンし，最も右の点をスキャン後は1つ下（南）の最も左（西）の点から右へスキャンすることで，最初に現れた既知点の標高を未知点の標高とする．このようにして未知点に付与したDEMの標高を $h'_{i,j}\,(i=1,2,\cdots,I;\ j=1,2,\cdots,J)$ とする．

(2) 結合特異値分解による標高精度の向上

図-1 に示すように，DEM を $L \times L$ 個の点からなる正方ブロックで分割することで M 個の正方ブロックを作成して，各正方ブロックの標高を要素とする行列 $A_m(m=1,2,\cdots,M)$ を定義する．ここで，I と J は L で割り切れる値である．行列 A_m の要素を $a_{m,k,l}(m=1,2,\cdots,M;\ k=1,2,\cdots,L;\ l=1,2,\cdots,L)$，各行列の要素の最低値を $a_m^{(\min)}(m=1,2,\cdots,M)$ とする．各行列の要素 $a_{m,k,l}$ からその行列の最低の要素 $a_m^{(\min)}$ を引いた行列を $\overline{A}_m(m=1,2,\cdots,M)$，行列 $\overline{A}_m$ の要素を $\overline{a}_{m,k,l}$ $(m=1,2,\cdots,M;k=1,2,\cdots,L;\ l=1,2,\cdots,L)$ とする．

行列 $\overline{A}_m$ の結合特異値分解（式(1)）を行い，第1特異ベクトル $u^{[1]}=[u_1^{[1]},\cdots,u_K^{[1]}]^T$ と $v^{[1]}=[v_1^{[1]},\cdots,v_K^{[1]}]^T$，第1特異値 $\lambda_m^{[1]}$ を求める．式(1)において，F はフロベニウスノルムを表す．

$$\min_{\lambda_m^{[1]},u^{[1]},v^{[1]}} \sum_{m=1}^{M} \left\| \overline{A}_m - \lambda_m^{[1]} u^{[1]} (v^{[1]})^T \right\|_F^2 \qquad (1)$$
$$subject \quad to \quad u^T u = v^T v = 1$$

$\overline{A}_m - \lambda_m^{[1]} u^{[1]} (v^{[1]})^T$ を新たに $\overline{A}_m$ と置いて，前段落と同様な処理を行い，第2特異ベクトル $u^{[2]}$ と $v^{[2]}$，第2特異値 $\lambda_m^{[2]}$ を求める．

第 Q 特異ベクトル $u^{[Q]}$ と $v^{[Q]}$，第 Q 特異値 $\lambda_m^{[Q]}$ まで用いて近似される行列 $\overline{A}_m^{[Q]}(m=1,2,\cdots,M)$ は，式(2)で求まる．

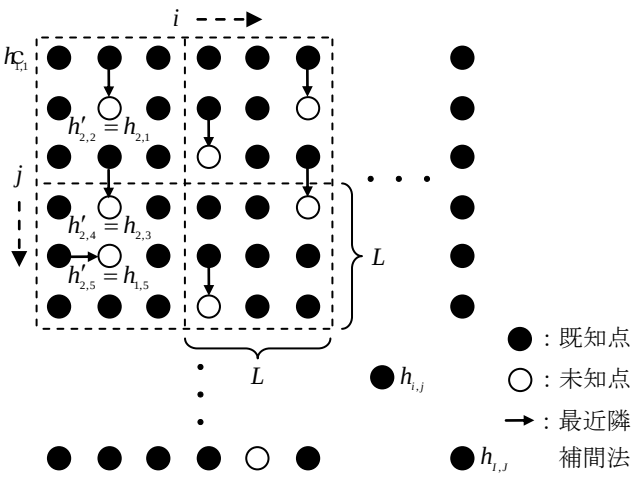

図-1　DEMの未知点の最近隣補間法

$$\overline{A}_m^{[Q]} = \sum_{q=1}^{Q} \lambda_m^{[Q]} u^{[Q]} (v^{[Q]})^T \qquad (2)$$

Q の値が大きくなるにつれて，行列 $\overline{A}_m$ と行列 $\overline{A}_m^{[Q]}$ の要素の差の二乗和 $\sum_{m=1}^{M} \left\| \overline{A}_m - \overline{A}_m^{[Q]} \right\|_F^2$ は単調に減少する．

最後に，$\overline{A}_m^{[Q]}$ の要素に行列の最低値 $a_m^{(\min)}$ を加えることで行列 $A_m^{[Q]}(m=1,2,\cdots,M)$ の要素 $a_{m,k,l}^{[Q]}(m=1,2,\cdots,M;k=1,2,\cdots,L;l=1,2,\cdots,L)$ が近似された標高として求まる．提案法は未知点の行列の要素 $a_{m,k,l}^{[Q]}$ を用いて未知点の標高を向上させることとなる．このとき，未知点の標高を最も精度良く近似できる Q の値を設定する必要があるが，その方法については3.2節の実験で示す．

３．実験

提案法を起伏のある2.0km×1.5kmの範囲の5mメッシュのDEM（国土地理院発行「数値地図5mメッシュ（標高）」）に適用した．「数値地図5mメッシュ（標高）」は，0.1mの単位で標高が格納されている．この範囲の航空写真とDEMの標高図をそれぞれ**図-2**と**図-3**に示す．DEMは400×300個の点から構成され，最低の標高が1.2m，最高の標高が85.0mである．

(1) 未知点が一点の場合の補間の検証

DEMにランダムに選択された100点の未知点があるとし，正方ブロックサイズ L を5，10，20，25，50として実験を行った．それぞれの場合で提案法を適用した結果を**図-4**と**図-5**に示す．**図-4**は，提案法で補間された未知点の標高と未知点の作成前の標高（以下，正解値と呼ぶ）の差の絶対値（以下，較差と呼ぶ）の平均と，補間で使用した特異ベクトルおよび特異値の数 Q （特異数）の関係を表わ

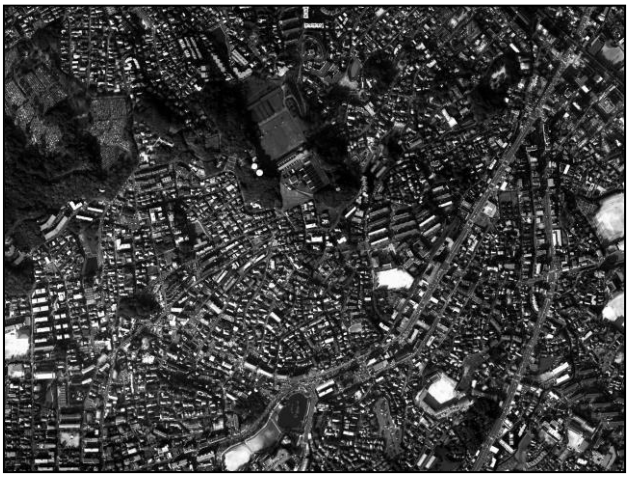

図-2　実験の範囲の航空写真

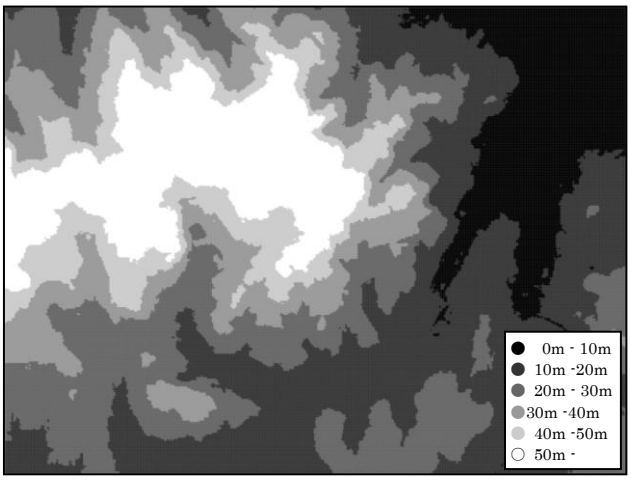

図-3　実験の範囲のDEMの標高図

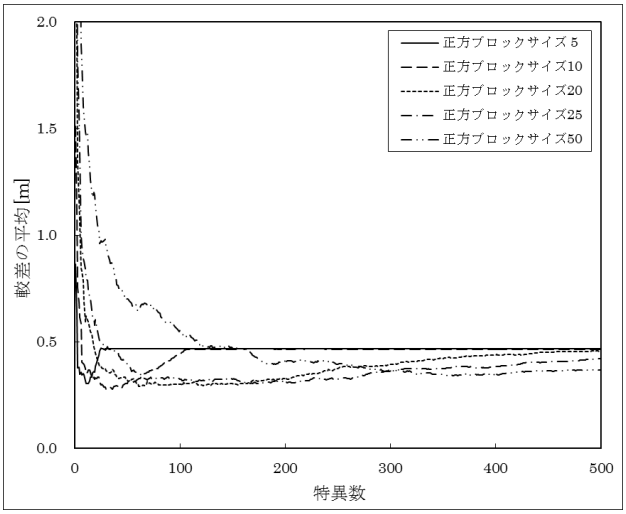

図-4　正方ブロックサイズによる較差の平均と特異数の関係

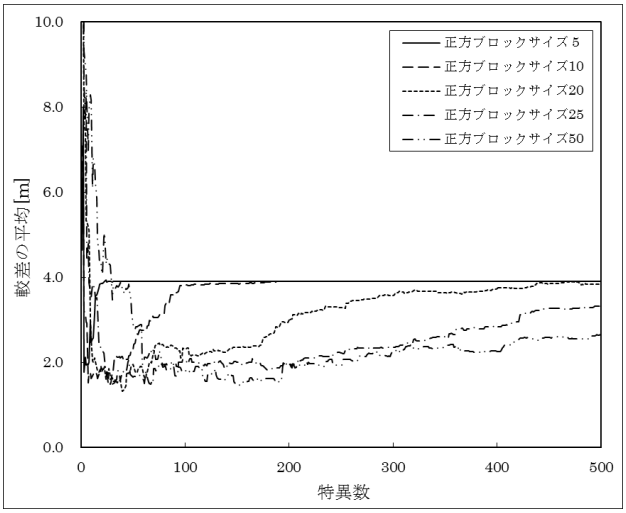

図-5　正方ブロックサイズによる較差の最大値と特異数の関係

している．**図-5**は，較差の最大値と特異数Qの関係を表わしている．**図-4**と**図-5**より，今回使用したDEMにおいて，正方ブロックサイズLに応じて較差の平均と最大値を最小にする最適な特異数Qがあることがわかる．正方ブロックサイズLに応じた較差の平均が最小となる特異数Qと，そのときの較差の平均と最大値を**表-1**に示す．**表-1**より，較差の平均は正方ブロックサイズLが10のとき0.277m，較差の最大値は正方ブロックサイズLが20のとき1.618mで，最も精度が良かった．参考のため，正方ブロックサイズLにおける較差の平均が最小となる特異数の場合において，既知点の較差の平均と最大値を**表-2**に示す．**表-2**より，既知点の較差の平均は，すべての正方ブロックサイズLにおいて0.300m以内となることがわかる．また，既知点の較差の最大値は，正方ブロックサイズLが大きくなるにつれて小さくなり，正方ブロックサイズLが25より大きくなると0.300m以内となることもわかる．既知点の再現性は，未知点の再現性と同程度以上の結果が得られていると考えられる．

提案法の性能を比較評価するため，8近傍平均によって補間した標高の較差の平均と最大値をそれぞれ求めた．その結果，較差の平均が0.399m，最大値が7.400mであった．また，距離重み付き平均によって補間した標高と正解値との較差の平均と最大値をそれぞれ求めた．このとき，距離の重みは距離の逆数とし，計算に使用する範囲（ウィンドウサイズ）を5とした．その結果，較差の平均が0.425m，最大値が1.879mであった．さらに，特異値分解を用いて正方ブロックサイズLを20としてDEMの補間の実験を行った．このとき，第5特異値まで用いた場合で較差の平均が0.344mで最も精度が良く，このときの較差の最大値が3.489mであった．つまり，提案法は8近傍平均や距離重み

表-1　正方ブロックサイズによる較差の平均が最小となる特異数と，そのときの較差の平均と最大値

正方ブロックサイズ	較差の平均が最小となる特異数	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
5	11	0.303	2.550
10	36	0.277	2.119
20	62	0.289	1.618
25	173	0.304	1.933
50	352	0.339	2.243

表-2　正方ブロックサイズによる較差の平均が最小となる特異数と，そのときの既知点の較差の平均と最大値

正方ブロックサイズ	較差の平均が最小となる特異数	既知点の較差の平均 [m]	既知点の較差の最大値 [m]
5	11	0.164	4.100
10	36	0.175	3.038
20	62	0.273	3.952
25	173	0.208	2.601
50	352	0.234	2.528

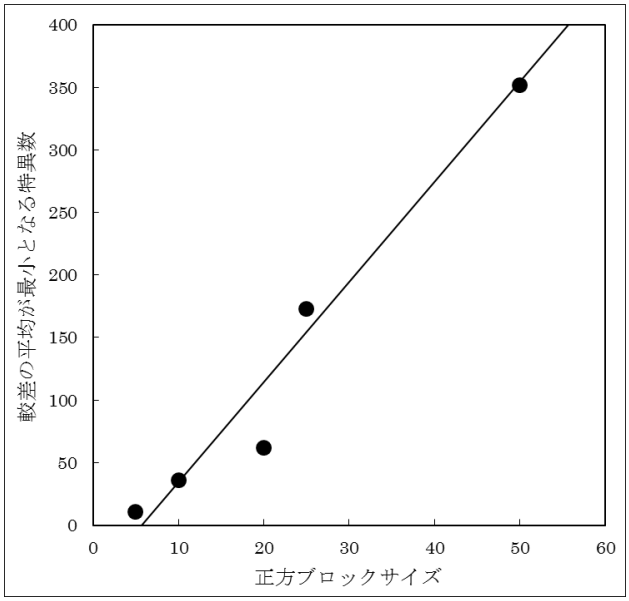

図-6　正方ブロックサイズによる較差の平均が最小となる特異数の関係

付き平均，特異値分解を用いる方法よりも比較的良好なDEMの補間が行えていることがわかる．

表-3　提案法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値

未知点の塊の大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
2×2	0.272	2.491
3×3	0.295	2.639
4×4	0.317	5.396
5×5	0.354	15.017

表-4　特異値分解を用いた方法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値

未知点の塊の大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
2×2	0.281	3.176
3×3	0.291	3.149
4×4	0.312	6.685
5×5	0.339	14.079

(2) 最適な特異数の設定方法

DEMを補間するために最適な特異数 Q を正方ブロックサイズ L に応じて設定する方法を考える．縦軸を正方ブロックサイズ L，横軸をブロックサイズ L に応じた較差の平均が最小となる特異数 Q としたグラフを**図-6**に示す．**図-6**より，各点は直線で近似できると考えられるので，最小自乗法で直線の式を求めた．得られた直線の式が式(3)である．また，**図-6**の実線が式(3)の直線である．

$$Q = 7.831L - 45.480 \tag{3}$$

式(3)で正方ブロックサイズ L が20のときの特異数 Q を求めると111であった．

(3) 未知点が塊である場合の補間の検証

DEM に 2×2，3×3，4×4，5×5 の未知点の塊がランダムに 100 箇所あるとして提案法を用いた実験を行った．このとき，正方ブロックサイズ L を 20，特異数 Q を式(3)で求めた 111 として実験を行った．正方ブロックサイズ L を 20 とした理由は，3.1 節の実験で較差の最大値が最小で，較差の平均も比較的小さいという実験結果が得られたからである．また，特異数 Q を 111 とした理由は，提案法の実利用を考えると，別の地域の DEM に対して式(3)の指標を用いる必要があるためであり，式(3)の指標の有効性を評価するためでもある．この実験で得られた較差の平均と最大値を**表-3** に示す．

提案法の性能を比較評価するため，特異値分解を用いた方法でも実験を行った．このとき，正方ブロックサイズ L を20とし，特異数を3.2節と同様に5まで用いてDEMの補

表-5　提案法による未知点の塊の大きさ毎の較差の平均と最大値（山地部）

未知点の塊の大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
1×1	0.535	3.350
2×2	0.485	3.581
3×3	0.586	4.959
4×4	0.659	7.390
5×5	0.739	9.989

表-6　特異値分解を用いた方法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値（山地部）

未知点の塊の大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
1×1	0.780	4.997
2×2	0.577	4.866
3×3	0.635	7.541
4×4	0.687	9.474
5×5	0.759	11.800

間を行った．この結果を**表-4**に示す．**表-3**と**表-4**より，較差の平均は提案法と特異値分解を用いる方法は同程度の精度が得られ，較差の最大値は提案法の方が特異値分解を用いる方法よりも良好な精度が得られていることがわかる．なお，提案法と特異値分解を用いる方法で5×5の未知点の塊がある場合の較差の最大値がそれぞれ15.017mと14.079mとかなり大きな値になっているが，このDEMの場所を調べると未知点に付与した標高と正解値に約13mの較差があった．今後は，初期に付与する未知点の標高値に工夫を凝らす必要があると考えられる．

(4) 別のDEMでの補間の検証

DEMの最低の標高が22.3m，最高の標高が428.8mの山地部の別の場所で，1×1，2×2，3×3，4×4，5×5の未知点の塊がランダムに100箇所あるとして，提案法を用いた実験を行った．このとき，正方ブロックサイズLを20，特異数Qを式(3)で求めた111として実験を行った．正方ブロックサイズLを20とした理由は，3.1節の実験で較差の最大値が最小で，較差の平均も比較的小さいという実験結果が得られたからである．また，特異数Qを111とした理由は，別の地域のDEMに対して式(3)の指標を用いる必要があるためであり，式(3)の指標の有効性を評価するためでもある．この実験で得られた較差の平均と最大値を**表-5**に示す．

提案法の性能を比較評価するため，未知点の塊の大きさが1×1の場合において，8近傍平均によって補間した標高の較差の平均と最大値をそれぞれ求めた．その結果，較差の平均が0.686m，未知点の最大値が10.913mであった．また，塊の大きさが1×1の場合において，距離重み付き平均によって補間した標高の平均と正解値との較差の平均と最大値をそれぞれ求めた．このとき，距離の重みは距離の逆数とし，ウィンドウサイズを5とした．その結果，較差の平均が0.735m，未知点の最大値が3.654mであった．さらに，未知点の塊の大きさが1×1から5×5の5通りの場合において，特異値分解を用いたDEMの補間の実験も行った．このとき，正方ブロックサイズLを20とし，特異数を3.2節と同様に5まで用いてDEMの補間を行った．この結果を**表-6**に示す．**表-5**と**表-6**，8近傍平均，距離重み付き平均の結果より，提案法は比較的良好なDEMの補間が行えていることがわかる．加えて，式(3)の指標も有効なものであると評価する．

４．おわりに

結合特異値分解を用いて DEM を精度良く補間する方法を提案し，8 近傍平均や距離重み付き平均，特異値分解を用いた方法と比較実験を行うことで提案法の有効性を示した．また，DEM を補間するために最適な特異ベクトルおよび特異値の数を設定する方法も示した．

今後の課題は，提案法がより効果的に使用できるように，未知点の標高に初期値を付与する方法を検討することである．また，より多くの場所で実験を行い，地形の範囲や形状に応じたより最適な正方ブロックサイズを設定する方法や特異値の数を設定する方法を明らかにすることも今後の課題である．

参考文献

1) 小荒井衛，鈴木宏昭：航空レーザー測量技術の公共作業規程における展開，写真測量とリモートセンシング，Vol.39，No.2，pp.48-51，2000.
2) 舘澤清城，時岡真治，三浦敦禎：レーザープロファイラデータを利用した氾濫解析，第53回（平成21年度）北海道開発技術研究発表会，安10（治），2010.
3) 張長平：増補版地理情報システムを用いた空間データ分析，古今書院，pp.128，2009.
4) B. Pesquet-Popescu, J. -C. Pesquet and A. P. Petropulu: Joint singular value decomposition – A new tool for separable representation of images, *Proc. ICIP*, Vol.2, pp.569-572, 2001.
5) 村井俊治：改訂版空間情報工学，社団法人日本測量協会，2008.

6) 平岡透，亀野辰三，真下和彦，横田宏行：高密度DEMからアイリスフィルタを用いて抽出した点と浸水区域の比較, 写真測量とリモートセンシング, Vol.51, No.2, pp.103-107，2012.

（2013.9.30受付）