

## 一定周期の間欠外力を受けるDuffing系の応答

軽部 周<sup>1</sup>・大西 祐樹<sup>2</sup>・若狭 俊弥<sup>2</sup>

<sup>1</sup>機械工学科, <sup>2</sup>平成16年度機械工学科卒業生

近年, 特に宇宙開発の分野では, フレキシブルアームなどの軽量かつ低剛性の機械装置が求められている. しかし, 低剛性の機械装置には非線形振動が発生しやすく, 制御が困難であるといえる. 本研究ではフレキシブルアームに生じる振動の抑制法を開発することを目的とし, 間欠外力による制振を試みる. 外力を衝撃的に与え続ける間欠外力の効果を確認するため, 本報では座屈した金属板を用いたDuffing振動系をフレキシブルアームのモデルとして用い, 制振実験を行う. 金属板に与える周期外力の振動数を変化させて掃引実験を行った結果, 周期外力の振動数を1 Hzから30Hzまで上昇させた場合と, 30Hzから1Hzまで下降させた場合では, 金属板の振幅が異なることがわかった. さらに振動数を4.4Hzに固定して間欠外力を付加したところ, 特に9Hzの周期外力を受ける場合に大きな制振効果が得られた.

キーワード: 非線形振動, 柔軟構造物, Duffing系, 間欠外力

### 1. 緒言

近年, 柔軟構造物の研究が盛んに行われている. 柔軟構造物とは剛性のきわめて低いフレームで構成された構造物であり, 宇宙空間で船外作業を行うためのフレキシブルアームなどが例として挙げられる. 柔軟構造物は軽量かつコンパクトなため輸送コストを安く抑えることができるが, 低剛性のため非線形振動が発生しやすく制御困難である. これまでに $H_\infty$ 制御<sup>1)</sup>などの現代制御理論を用いた制振法が研究されている.

一方, 本研究室の研究対象である振動切削系では, 工具を振動させ切削力を断続的にすることで工作物の振動が抑制され, 精密な加工が可能となる<sup>2)</sup>. 振動が抑制される理由として, 切削力が断続的になるため平均切削力が減少することが挙げられるが, 数値シミュレーションを用いた検討から, 断続的な切削力(本報ではこれを間欠外力と呼称する)自体が振動を抑制する効果を持つことも理由の一つであると著者らは考えている.

本研究では, 振動切削にみられる間欠外力を利用した柔軟構造物の制振が可能であるかを, 実験装置を用いて検討することを目的とする. 本報では柔軟構造物のモデルとして座屈した薄い金属板を用いた実験装置を作成し, この装置に周期外力を与えたときの金属板の振動が間欠外力を加えることで制振可能であるか検討する.

### 2. 実験装置

本報では金属板を制振させるための間欠外力の入力を正確に再現するため, 間欠外力を系の振動と独立して印加

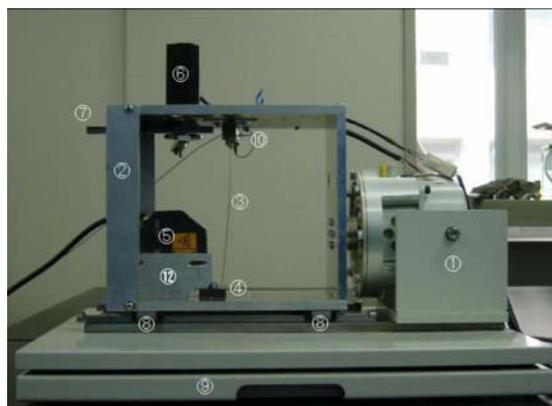


図1 実験装置

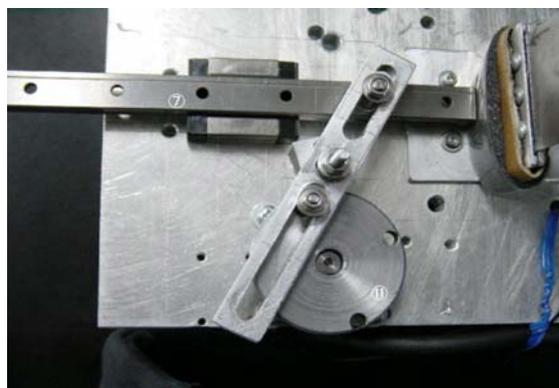


図2 間欠外力の印加機構

できる機構を製作し, 実装している. 図1に, 本報で用いる実験装置, 図2に, 実験装置に実装されている間欠外力

の印加機構を示す。図中の番号は、①正弦波加振装置、②振動箱、③金属板、④磁石、⑤レーザ変位センサ、⑥間欠外力印加用モータ、⑦レールスライダ(小)、⑧レールスライダ(大)、⑨除振盤、⑩加速度センサ、⑪クランク円盤、⑫レーザ変位センサ保持部を示している。

図 1 の装置右端の正弦波加振装置① (IMV CORPORATION 社製 PET-01-0A) で振動箱②をレールスライダ⑧に沿って左右に正弦波振動させることで、振動箱内部に設置された金属板③ (冷間圧延鋼板SPCC) を励振させる。金属板③は振動箱底部に設置された磁石④の磁力により座屈している。本装置はDuffing系の実験装置となっている。Duffing系とは復元力が変位の三乗に比例するバネ特性をもつ周期外力系である。本装置では、座屈した金属板がこのようなバネ特性を有している。金属板の寸法は165×40mm、厚さ0.5mmであるが基部に挟む部分は機能しないので実質の長さは156mmとなる。

間欠外力の入力は、図 1 の振動箱上部に設置されたモータ⑥ (KEYENCE 社製 MV-M05 (D)) を回転させ、小レールスライダ⑦を金属板基部に周期的に衝突させることで行う。図 2 は、図 1 の振動箱天井部の拡大図である。図 2 のクランク円盤⑪、レールスライダ⑦をリンク結合したスライダクランク機構により、モータ⑥の回転がレールスライダ⑦を往復させ、金属板基部に間欠外力を加える。間欠外力の周期は、金属板基部に設置した加速度センサ⑩ (IMV 社製 VP-02S) により測定する。この周期は任意に設定可能であるが、本報では4.4Hzの振動数で固定している。また、外力の調整のため金属板基部にスポンジを巻く。

金属板の変位は振動箱底部からセンサ保持部⑫を介して設置されたレーザ変位センサ⑤ (KEYENCE 社製 LK-035) によって測定し、パーソナルコンピュータにデータを取り込む。サンプリング周期は10msとし、1回につき10秒間のデータを取得する。

表 1 に本報で用いる実験条件を示す。本報では1Hzから30Hzの範囲で、金属板に対し掃引実験を行う。加振振動数を増加させるときを条件 1、減少させるときを条件 2 と呼称する。また、間欠外力を加えない場合の装置を周期励振系、加えた場合を間欠外力系と呼称する。

表 1 実験条件

正弦波加振装置振動数	条件 1 : 1Hz → 30Hz 条件 2 : 30Hz → 1Hz
間欠外力振動数	4.4Hz
サンプリング周期	10 m s
データ数	1000 (10秒間)
金属板	冷間圧延鋼板SPCC 156×40mm t=0.5mm
*周期励振系：間欠外力を加えない *間欠外力系：間欠外力を入力する	

### 3. 実験結果

#### (1) 周波数応答曲線の比較

本節では周波数応答曲線を用いて、周期励振系と間欠外力系について比較を行う。周波数応答曲線は縦軸に金属板の振幅の最大値  $x_{p-p}$  [mm]、横軸に加振機の振動数  $f$  [Hz] をとる。

図 3 は周期励振系における周波数応答曲線である。図中の緑色の線が加振機の振動数  $f$  の上昇時、赤色の線が下降時のデータを示している。加振機の振動数  $f$  が6Hzから8Hz、16Hzから26Hzの範囲で振動数上昇時と下降時で  $x_{p-p}$  の推移に特に差異が見られる。この現象はヒステリシスと呼ばれ、実験装置に非線形が内在していることを示している。

図 4 は間欠外力系における周波数応答曲線である。図中の青色の線が加振機の振動数  $f$  の上昇時、水色の線が下降時のデータを示している。周期励振系とほぼ同様に、振動数が6Hzから9Hz、16Hzから26Hzの範囲で振幅の推移に差異が見られる。周期励振系の周波数応答曲線との違いは、図 3 の振動数上昇時 7Hz、9Hzで検出されたピークが間欠外力系では消滅していること、その他の振動数における振幅が全体的に 1mm程度増加したことが挙げられる。

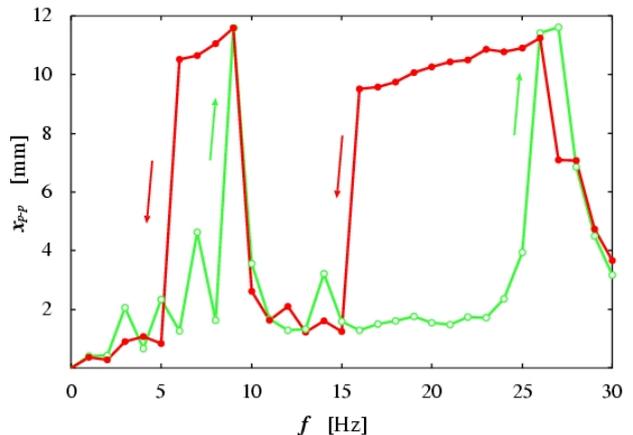


図 3 周期励振系の周波数応答曲線

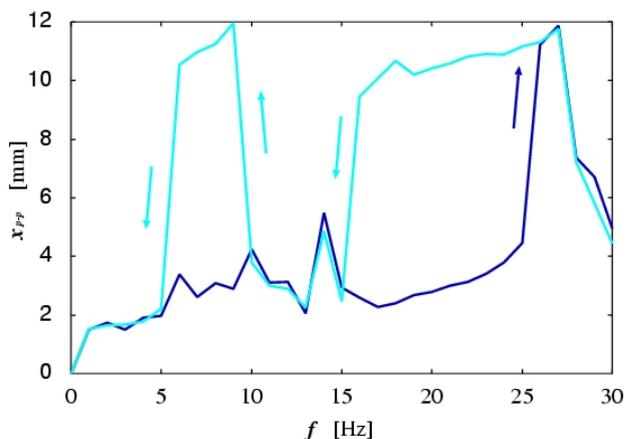


図 4 間欠外力系の周波数応答曲線

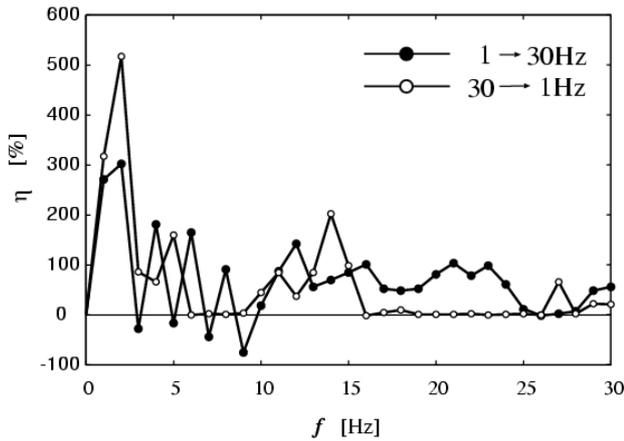


図 5 振幅増減率  $\eta$  による評価

次に図 3 と図 4 の結果を比較するため、振幅増減率  $\eta$  [%] を次式により定義し、導入する。

$$\eta = \frac{x_f - x_n}{x_n} \times 100 \quad (1)$$

ここで、 $x_f$  は間欠外力系の最大振幅  $x_{p-p}$  を表し、 $x_n$  は周期励振系の最大振幅  $x_{p-p}$  を表している。 $\eta$  が正ならば間欠外力の印加により金属板の振動が増加していることが、負ならば減少、即ち制振していることがわかる。

振幅増減率による評価を図 5 に示す。図 5 から、間欠外力の印加により制振している条件は、振動数上昇時 (条件 1) の 3Hz, 5Hz, 7Hz, 9Hz であり、特に 9Hz において大きく制振している。その他の条件では、間欠外力により振動が大きくなっている場合が多い。なお、振動数下降時 (条件 2) の 16~26Hz では  $\eta$  が 0% に近く、間欠外力を印加しても金属板の振幅にほとんど影響を与えていないことがわかる。

著者らの一人は、金属板を固定した金属棒に衝突させ金属板の外力周期と同期した衝撃力を与えることで、ヒステリシスの存在する振動数範囲での制振に成功している<sup>3)</sup>。今回、間欠外力の印加は 4.4Hz で固定しているため、約 2 倍の振動数である 9Hz において間欠外力と周期外力の周期が同期し、特に振動が抑制されたものと考えられる。

#### (2) 差分位相図による振動数上昇時の挙動の比較

実験装置から得られた金属板の変位はレーザ変位センサにより検出された後 A/D コンバータにより離散化され、変位列データ  $\{x_n\}$  ( $n=1, \dots, q$ ) を得る。ここで、 $q$  はデータ数である。このとき、 $\{x_{n+1}\}$  を横軸、 $\{x_{n+1} - x_n\}$  を縦軸にとったグラフを本報では差分位相図と呼ぶ。

差分位相図内の点の分布、密度の傾向によって、系の挙動を定性的に分類することができる。系の挙動が周期的なら差分位相図は円状になり、複雑な挙動になるに従って点の分布が描く図も複雑になる。非線形系の場合、パラメータの変化により周期的な円状のものから非周期的な複雑

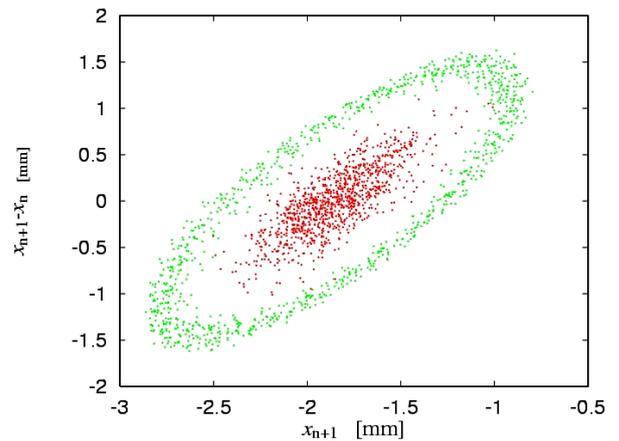


図 6 差分位相図 (振動数上昇時,  $f = 3$  Hz)

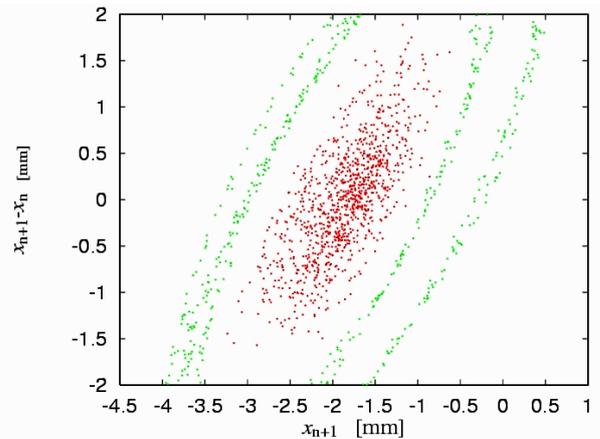


図 7 差分位相図 (振動数上昇時,  $f = 7$  Hz)

な形状のものまで多様な位相図が得られる。

図 5 で制振効果が確認された  $f = 3$  Hz, 5Hz, 7Hz, 9Hz の条件について、周期励振系と間欠外力系の挙動を差分位相図を用いて比較する。また、差分位相図中の点は、緑点が周期励振系、赤点が間欠外力系のデータを示している。なお、差分位相図の横幅はデータの振幅に相当する。

図 6 の  $f = 3$  Hz 時の差分位相図において、周期励振系 (緑) のデータ点が密な 1 重ループ状になっており、その内側に間欠外力系 (赤) のデータ点が集まっている。これまでの研究<sup>4)</sup> においても、制振効果が現われる条件では同様の傾向が確認されている。この密なループ状のデータ点の中心には、更に振幅の小さな安定領域があると推測され、その安定領域に赤点が集まり制振していると考えられる。5Hz の場合も、同様の傾向がみられる。

図 7 の  $f = 7$  Hz 時においても、周期励振系 (緑) のデータ点がループ状に分布しており、間欠外力系 (赤) のデータ点はその内部に分布している。周期励振系のデータが複数のループとなっており、中心部を含む複数の安定領域が同心円状に存在する可能性がある。図 8 の  $f = 9$  Hz 時もほぼ同じ傾向であり、間欠外力系 (赤) のデータがループ

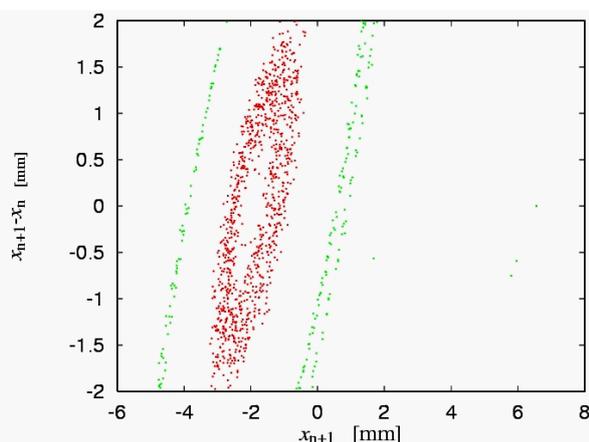


図 8 差分位相図 (振動数上昇時,  $f = 9 \text{ Hz}$ )

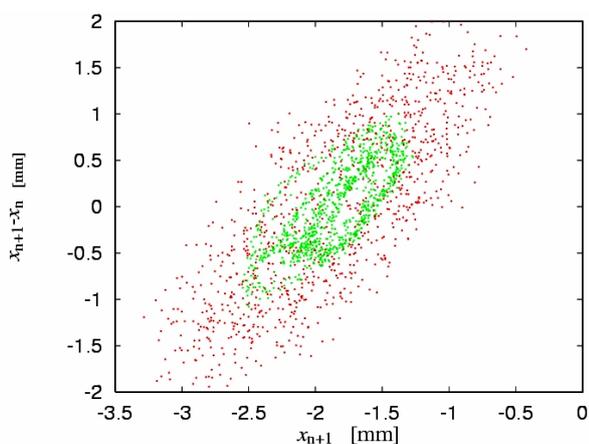


図 9 差分位相図 (振動数上昇時,  $f = 6 \text{ Hz}$ )

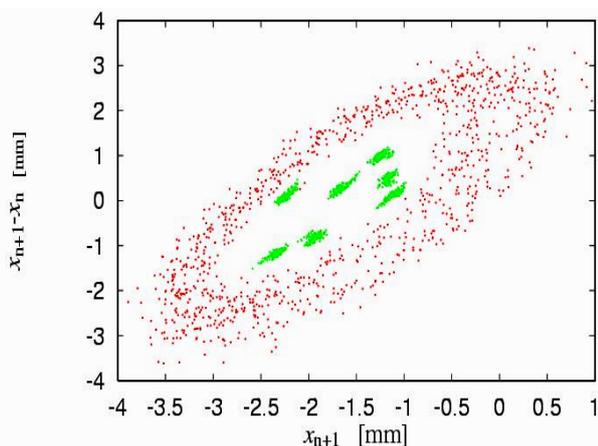


図 10 差分位相図 (振動数下降時,  $f = 14 \text{ Hz}$ )

状であることから, 間欠外力により系の挙動が同心円状に存在する安定領域の一つに落ち込んだものと考えられる.

制振しない例として,  $f = 6 \text{ Hz}$  の差分位相図を図 9 に示す. このデータでは, 周期励振系 (緑) の差分位相図が同心円状のループになっておらず, そこに間欠外力を加えたことで, 最大  $2.11 \text{ mm}$  の振幅の増加が生じている.

### (3) 差分位相図による振動数下降時の挙動の比較

図 5 から, 振動数下降時は制振効果が得られていないことがわかる. 差分位相図においてもループのような特徴的な形状がほとんどみられない. ただし,  $f = 14 \text{ Hz}, 15 \text{ Hz}$  において特徴的な差分位相図が得られているので報告する.

図 10 は,  $f = 14 \text{ Hz}$  の差分位相図である. 周期励振系 (緑) のデータ点分布が 7 箇所集まっている. データ点のサンプリング周期が  $10 \text{ ms}$  であることより, この挙動は  $70 \text{ ms}$  で 1 周期となる周期性を持っていると考えられる. この挙動に間欠外力を印加しても, 図中の間欠外力系 (赤) のデータ点分布のように振幅が増加し, 制振しないことがわかる.  $f = 15 \text{ Hz}$  の場合も同様に 7 点分布となるが,  $14 \text{ Hz}$  の場合と比べ, 7 点がループ状に並んでおり, 1 重ループの挙動に近くなっていると考えられる. なお, 周期励振系における振動数上昇時  $f = 20 \text{ Hz}$  の場合では, ループ状に並んだ 6 点分布の位相図が得られている.

## 4. 結言

本研究では間欠外力の印加機構を持つ実験装置を作成して金属板の制振実験を行い, 以下の結果を得た. なお, 間欠外力の印加は  $4.4 \text{ Hz}$  で固定した.

- ・周波数応答曲線より, 系に与える周期外力の振動数上昇時と下降時において振幅の推移に違いがあることから, 系がヒステリシスをもつことを確認した.
- ・金属板に間欠外力を加えることにより, 周期外力振動数上昇時の  $3 \text{ Hz}, 5 \text{ Hz}, 7 \text{ Hz}, 9 \text{ Hz}$  において振幅が各々  $0.57 \text{ mm}, 0.37 \text{ mm}, 2.02 \text{ mm}, 8.71 \text{ mm}$  減少しており, 制振効果が得られたことを確認した. また, 周期外力振動数下降時には間欠外力による制振はみられなかった.
- ・間欠外力により制振できた振動の特徴として, 差分位相図のデータ点がループ状になることが挙げられる.

## 参考文献

- 1) 坂本弘道, 野波健蔵: ゲインスケジュール  $H^\infty$  制御による 2 リンクフレキシブルアームの位置決め・制振制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No. 670, pp. 1753 - 1758, 2002.
- 2) 隈部淳一郎: 精密加工 振動切削 - 基礎と応用 -, 実教出版, 1971.
- 3) 軽部周, 内山田直之, 早乙女辰男, 佐藤啓仁: 間欠外力を受けるダフティング系の応答に関する研究, 第 55 回理論応用力学講演会講演論文集, pp. 419-420, 2006.
- 4) 軽部周, 佐藤啓仁, 早乙女辰男, 米津裕人, 佐藤陽介, 中村武志: 間欠外力を受ける Duffing 系に関する実験的研究, 日本機械学会 機械力学・計測制御部門講演会アブストラクト集, p. 315, 2004.

(2006. 9. 29 受付)